

テーマ

高さ と 三角比

結論

定規などで直接、測ることができない高い鉄塔や高層建築物などの高さは、三角比を用いて測定することができる。

ポイント

- ① 同じ角度を持つ直角三角形は、三角形の大小に関係なく三角比が一定であることを理解させる。
- ② 三角比をマスターする。

内容等

気づいた点、疑問点

まとめ、考察

① 三角形と三角比

三角比と三角形

一般に、直角三角形では、一つの鋭角が定まると、三角形の大きさに関係なく3辺の長さの比の値は一定である。これを三角比とよぶ。

∠Cが直角である直角三角形ABCにおいて、一つの鋭角θに注目したとき、

$$\frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}} = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}, \quad \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

をそれぞれ、正弦、余弦、正接といい、それぞれをsin(サイン)、cos(コサイン)、tan(タンジェント)という記号を用いて、次のように表す。

$$\sin \theta = \frac{a}{c}, \quad \cos \theta = \frac{b}{c}, \quad \tan \theta = \frac{a}{b}$$

ここで、図1-43のように座標平面上に半径rの円をかき、角θを図のように決めたととき、点Pの座標を(x, y)とすると、比 $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{y}{x}$ の値は、半径rの大きさに関係なく、角θの値だけで決まる。そこで、三角比の場合と同様に

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と表し、これらを角θの三角関数という。三角関数の値は、電卓や三角関数表によって求めることができる。

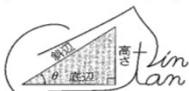


図1-41

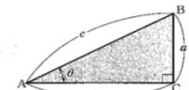


図1-42

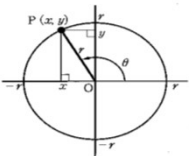
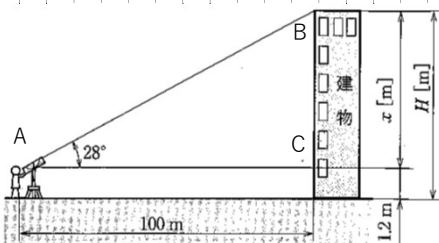


図1-43

② 三角比を使い高さを求める

問25 図1-46のような建物の高さを求めたい。図のように、建物から100m離れたところから、建物の仰角をはかったところ、28°であった。この測定結果から、建物の高さH[m]を求めよ。



解答

図において、建物の高さHを求める。この三角形の三角比を考えると

$$\sin 28^\circ = \frac{BC}{AB} \dots \textcircled{1}$$

$$\cos 28^\circ = \frac{AC}{AB} \dots \textcircled{2}$$

$$\tan 28^\circ = \frac{BC}{AC} \dots \textcircled{3}$$

である。

ここで式①、②はABの長さがわからないので使用できない。ACの長さは100mとわかっているので式③を用いて

$$\tan 28^\circ = \frac{BC}{100} \text{ より } BC = 100 \times \tan 28^\circ = 53.2\text{m}$$

よって、建物の高さは $H = 53.2\text{m} + 1.2\text{m} = 54.4\text{m}$ となる。

○ 正弦・余弦・正接はそれぞれ

$$\sin \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

とあらわすことができる。

○ どの三角比を使うのか？

科学英語

正弦 sine

余弦 cosine

正接 tangent

鋭角 acute angle

直角 right angle

仰角 elevation angle

直角三角形においては、一つの鋭角と1辺の長さがわかれば、三角比を用いて残りの辺の長さを求めることができる。

①・②の式はABの長さがわからないことと、求めたい辺がBCなので使うことができない。

BCの長さがわかれば①の式を用いABの長さを求めることができる。